비선형 진폭 · 주기 확률분포를 활용한 유한수심 해역에서의 불규칙파랑 Monte Carlo Simulation

Monte Carlo Simulation of Random Waves at Finite Depth Based on the Joint Distribution of Wave Amplitude and its Associated Period in Nonlinear Random Waves of Finite Bandwidth

조용준
서울시립대학교 토목공학과

Yong Jun Cho
Department of Civil Engineering, University of Seoul, Seoul, Korea

Abstract

This study aims to develop a new methodology to generate random waves from a joint distribution of wave amplitude and its associated period. In doing so, the wave spectrum was derived from the joint distribution of wave amplitude and associated period and compared with the Wallops spectrum, which has been most frequently referred to in the literature. Numerical simulation shows that the nonlinearity of random waves makes a significant difference in the wave spectrum. These differences are summarized by a somewhat excessive peak period of the semi-empirical wave spectrum and underestimating wave energy over the high-frequency band. These behavioral characteristics of wave spectrum derived from the joint distribution of wave amplitude and its associated period are conceived to be due to the intrinsic property of the nonlinear random waves. The rationale of this reasoning can be found in the fact that non-negligible amount of wave energy shifts to the relatively short and long period band due to the resonant wave-wave interaction as nonlinearity is getting more pronounced as widely known in the coastal engineering community after studies of Hasselmann(1967) and Phillips(1980) on the developments of wind waves. Among the differences mentioned above, an excessively high peak period can be fully predicted by recalling that the wave period is getting shortened due to the phase difference between the free mode waves among the higher-order harmonic components appearing in random waves due to resonant wave-wave interaction and the resulting destructive interaction.

Keywords : Nonlinear random Waves: Wallops spectrum, Monte Carlo Simulation, Wave height and period distribution, Sub-harmonic wave-wave interaction

1. 서론

항 외곽시설의 주 외력으로 작용하는 파랑은 먼바다에서 여러 가지 기제에 의해 생성되어 항 외곽시설이 거치되는 해역으로 전파되며, 이 과정에서 해양환경에 내재한 변동성으로 불규칙한 모습을 지닌다. 이렇게 불규칙한 파랑이 천해역으로 진입하면 천수, 굴절, 회절 등으로 변화를 겪으며 파고는 성장하다, 천수 최종단계에서 쇄파되며 긴 여정이 마무리 된다(Choi and Cho, 2019). 항 외곽시설은 이처럼 불규칙하고 거친 해양환경에 거치되기 마련으로, 강건한 항 외곽시설을 구축하기 위해서는 설계과정에서 해양환경에 내재한 변동성이 결과하는 파랑의 불규칙성이 고려되어야 한다. 이렇게 불규칙한 파랑 무리에 노출되는 항 외곽시

설의 강건성을 해석하기 위해 수리모형 실험 혹은 수치 모의를 수행하는 경우 불규칙한 파랑 무리는 원역에 거치된 개방 경계에서 파랑 스펙트럼을 활용하여 조성하는 방법이 주류를 이루며, 이 과정에서 JONSWAP, Wallops, Pierson Moskowitz 파랑 스펙트럼과 Random Phase Method 등이 활용된다. 그러나 전술한 파랑 스펙트럼은 준 경험적 모형으로 파랑 관측자료 분석에 활용되는 FFT 변환이 암시하듯 선형모형이라는 한계를 지니 파랑 조성과정에서 임의의 대역폭을 지니는 불규칙한 비선형 파랑의 추계학적 성질이 상당한 정도로 모사되기는 어려워 보인다. 이러한 추론의 근거는 수리모형 실험과 수치모의를 통해 그 내구성이 확인되었으나 시공과정에서 외중력파에 기인한 항내 이상파에 의해 호안 일부가 파괴된 삼척 LNG 전용부두에서 찾아

볼 수 있다(Cho and Bae, 2018). 전술한 수리모형 실험과 수치 모의 수행 시 과도한 계산량을 피하고자, 세역 개방 경계는 유한수심 해역에 거처되었으며 광역 수치 모의에서는 세역 개방 경계에서의 파고와 주기를 활용하여 파랑 스펙트럼을 특정하고, 이어 이렇게 특정된 파랑 스펙트럼으로부터 세역 개방 경계에서의 불규칙한 파랑 무리를 조성하였다. Cho and Bae (2018)의 연구성과에 따르면 이 과정에서 이미 진행된 천수 과정에서의 공진성 상호작용으로 인해 자극되는 단주기 성분 파랑과 장주기 성분 파랑이 간과되었으며, 이렇게 간과된 장주기 성분 파랑이 외중력파로 이어져 삼척 LNG 전용부두 호안 일부가 유실되었다.

이상의 논의에서 알 수 있듯 불규칙한 파랑 무리의 비선형성을 모사할 수 있는 조파 기법 개발은 상당한 공학적 가치를 지니나 현재 이러한 조파 기법은 문헌에서 찾아볼 수 없다.

불규칙 파랑의 추계학적 특성을 기술하는 방법은 전술한 파랑 스펙트럼과 확률분포로 크게 나뉜다. 이중 확률분포의 경우 지난 이십여 년간 불규칙한 비선형파랑 무리의 추계학적 특성을 밝히기 위한 상당한 노력이 이루어져 다수의 empirical, analytical, semi empirical 파고분포 모형이 제시되는 등 성과가 상당하다(Haver and Andersen:2000, Stansell:2004, Walker et al.:2004, Fedele and Arena:2003, 2005, Jensen:1996, 2005, Janssen: 2003, Soares and Pascoal: 2005, Socquet-Juglard: 2005, Fedele: 2006, Onorato et al.: 2006, Tayfun: 2006, Tayfun and Fedele: 2006, Cho:2020, Cho:2021).

전술한 파고 분포 모형 중 Empirical 모형은 그 간결한 구조로 적용이 쉬워 설계과정에서 가장 선호되나 그 구조적 형태와 확률 모수가 불규칙한 파랑 무리를 지배하는 물리적 기제와 연계하기가 쉽지 않다는 한계를 지닌다. 반면에 analytical model은 확률분포의 구조적 형태와 확률 모수가 해석 해로부터 유도되어 확률 모수의 물리적 의미를 쉽게 확인할 수 있다는 수월성을 지닌다.

이처럼 연구성과가 상당한 파고에 비해, 파랑 주기는 해안구조물의 피로 거동에 상당한 영향을 미치는 유동유인진동[flow induced vibration]에서 확인할 수 있듯 중요한 설계인자로 보이나 파고와 비교해 소홀히 다루어져 현재 불규칙한 파랑 무리의 비선형 정도가 주기에 미치는 영향에 대해서도 여러 가지 의견이 혼재한다 (Park and Cho, 2019). 최근, 이러한 혼선을 해결하기 위해 Park and Cho(2019)는 파고 · 주기 결합분포를 해석적으로 유도한 바 있다. 이 연구에서 Park and Cho(2019)는 먼저 임의의 대역폭을 지니는 불규칙한 파랑 무리의 파고 분포를 유도하고, 이를 Longuet-Higgins(1975, 1983), Cavanie et al.(1976)의 조건부 주기 확률분포와 결합하여 새로운 파고 · 주기 결합분포를 제시하였다. 파랑 스펙트럼의 대역폭이 증가하는 경우 이에 비례하여 파랑 무리의 비선형 정도는 증가한다는 사실을 고려하면 전술한 Park and Cho (2019)의 파고 · 주기 결합분포는 유한수심 해역에서 불규칙한 파랑 무리의 조성과정에 활용

될 수 있을 것으로 판단된다.

Park and Cho (2019)의 연구성과에 따르면 파 마루와 주기는 상호 독립적인 추계학적 과정으로 이해하는 기존 해안공학계의 시각과는 다르게 해양환경이 온화한 경우 파마루가 증가하면 주기도 함께 증가하며 이러한 양의 상관관계는 해양환경이 거친 경우에도 여전히 유지되나, 이 과정에서 증가율은 감소한다. 또한, 파장에 대한 진폭 비로 정의되는 비선형성 정도가 증가하면 전술한 양의 상관관계가 유지되는 영역은 더욱 큰 파마루 대역으로 확대된다. 파랑 스펙트럼이 임의의 대역폭을 지니는 불규칙한 파랑 무리를 대상으로 한 난해한 형태의 Longuet-Higgins (1963)의 파랑 모형으로 인한 해석상의 어려움을 비껴가기 위해 기존에 수행된 대부분의 empirical, analytical, semi empirical 모형 개발과정에서 파랑 스펙트럼은 예외 없이 협대역에 분포한다는 가정이 수행되었다. 그러나 실 해역에서 불규칙한 파랑 무리가 협대역 분포를 충족하는 경우는 이제 막 성장을 시작한 풍성 파 혹은 너울이 우월한 온화한 해양환경을 제외하면 찾아보기 힘들다는 사실을 상기하면 전술한 Park and Cho(2019)의 연구는 파랑 스펙트럼의 대역폭으로부터 자유로워, 따라서 임의의 대역폭을 지니는 불규칙 파랑에도 적용할 수 있다는 점에서 상당한 성과로 보인다.

이상의 논의를 토대로 본 연구에서는 최근 연구성과가 상당한 비선형 진폭 · 주기 결합 확률분포를 활용하여 불규칙 파동계를 Random Phase Method로 조성하는 기법이 제시되었다. 이 과정에서 비선형 진폭 · 주기 결합 확률분포로부터 파랑 스펙트럼을 도출하여 기존에 선호되던 준 경험 모형인 Wallops 스펙트럼과 비교하여 불규칙 파동계의 비선형성이 파랑 스펙트럼에 미치는 영향도 함께 살펴보았다.

2. Longuet-Higgins(1963)의 비선형 파랑모형

수체를 통해 전파하는 파랑 해석은 경계치 문제로 정식화될 수 있으며 이를 기술하면 다음과 같다 (Park and Cho, 2019).

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad -h < z < \zeta \quad (1)$$

바닥과 자유수면에 부과되는 경계조건을 나열하면 다음과 같으며(Fig. 1 참조),

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} = v, \quad \text{at } z = \zeta \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} V^2 + g\zeta = 0, \quad \text{at } z = \zeta \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad \text{at } z = -h \quad (4)$$

여기서 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$ 는 Laplace 미분 연산자, h 는

Fig. 1. Schematic sketch of free surface water wave problem [from Park and Cho (2019)]

수심, ζ 는 해수면 변위, $V = \tilde{i}u + \tilde{k}w$ 는 파동으로 인한 유속 벡터, $\tilde{i}$ 와 $\tilde{k}$ 는 x, z 방향 단위벡터를 각각 나타낸다.

1963년 Longuet-Higgins는 상기한 경계치 문제를 섭동법 [perturbation method]을 사용하여 해석하였으며, Longuet-Higgins (1963)에 따르면 해수면 변위 ζ 는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\zeta = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos \chi_i + \frac{1}{2g} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} a_i a_j \omega_i^2 \cos(\chi_i + \chi_j) - \frac{1}{2g} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j>1}^{\infty} a_i a_j (\omega_i^2 - \omega_j^2) \cos(\chi_i - \chi_j) \quad (5)$$

식(5)에서 두 번째 항과 세 번째 항은 비선형효과를 설명하며 이 중 두 번째 항은 불규칙한 파랑 무리를 구성하는 성분 파랑 간의 공진성 상호작용으로 생성된 단주기 성분 파랑을 나타낸다. 이에 비해 세 번째 항은 풍성과 성장을 다룬 Hasselmann (1967), Phillips(1980)의 연구 이후 해안공학계에 잘 알려진 sub-harmonic wave-wave interaction에 의해 파동계에 출현하는 장주기 성분 파랑을 나타낸다. 이밖에 $\chi_i = k_i x - \omega_i t + \varphi_i$, k_i 는 파수, $\omega_i = (gk_i)^{1/2}$ 는 각 주파수, φ_i 는 성분 파랑의 불규칙 위상으로 $[0, 2\pi]$ 에 균등 분포하며, a_i 는 성분 파랑의 진폭을 각각 나타낸다.

2.1 Narrow banded approximation

파랑 스펙트럼이 협대역에 분포하는 경우 식(5)에 정의된 Longuet-Higgins(1963)의 파랑 모형은 진폭이 완만하게 변조하는 2nd order Stokes wave로 수렴하며, 이 경우 ζ 는 다음과 같이 기술될 수 있다(Tayfun:1980, Tayfun:1986)

$$\zeta = a \cos(k_c x - \omega_c t - \varphi) + \frac{1}{2} a^2 k_c \cos 2(k_c x - \omega_c t - \varphi) \quad (6)$$

여기서 k_c 과 ω_c 는 운송파[carrier wave]의 파수와 주파수를 나타내며 spectral mean 파수와 주파수로 취하는 경우 만족할만한 결과를 준다. 이밖에 φ 는 $[0, 2\pi]$ 에 균등 분포하는

불규칙 위상, a 는 Rayleigh 분포를 따르는 불규칙 진폭을 각각 나타낸다.

식(6)을 표준편차 σ_ζ 로 정규화하면 파랑 모형은 다음과 같이 기술될 수 있으며,

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \zeta / \sigma_\zeta \\ &= A \cos \chi + \sigma_\zeta k A^2 \cos^2 \chi - \sigma_\zeta k \frac{1}{2} A^2 \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)으로부터 파마루 ζ_o 는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\zeta_o = A + \frac{1}{2} \epsilon A^2 \quad (8)$$

여기서 $A = a / \sigma_\zeta$, $\epsilon = \sigma_\zeta k = 2\pi\xi$, ξ 는 유의 파형경사 [significant wave slope]를 각각 나타낸다(Huang:1981, Huang:1983).

식(8)에 확률변수 변환기법을 적용하는 경우 파마루 확률 분포 $f_\zeta(\zeta_o)$ 는 다음과 같이 기술될 수 있다(Papoulis, 1965).

$$f_\zeta(\zeta_o) = f_A(A) \left| \frac{d\zeta}{dA} \right|^{-1} \quad (9)$$

여기서 정규화된 진폭 A 는 파랑 스펙트럼이 협대역에 분포하는 경우 Rayleigh 분포를 따르며 Rayleigh 분포는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$f_A(A) = A \exp(-A^2/2) \quad (10)$$

식(9) 우변 A 는 식(8)로부터 다음과 같이 치환될 수 있으며,

$$A = \frac{-1 + \sqrt{1 + 2\epsilon\zeta_o}}{\epsilon} \quad (11)$$

확률변수 변환에 필요한 Jacobian $|d\zeta/dA|^{-1}$ 는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\left| \frac{d\zeta}{dA} \right|^{-1} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\epsilon\zeta_o}} \quad (12)$$

식(9), (10), (11), (12)로부터 파 마루 분포 $f_\zeta(\zeta_o)$ 는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\begin{aligned} f_\zeta(\zeta_o) &= \frac{1}{\sqrt{1 + 2\epsilon\zeta_o}} \epsilon \left(-1 + \sqrt{1 + 2\epsilon\zeta_o} \right) \\ &\quad \exp \left[-\frac{1}{2\epsilon^2} \left(-1 + \sqrt{1 + 2\epsilon\zeta_o} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (13)$$

2.2 Finite banded approximation

전술한 Tayfun (1980, 1986)의 협대역 파랑모형은 그 간결한 형태로 인해 이후 불규칙한 파랑 무리에서의 파마루 분포, 파마루 · 주기의 결합분포가 차례로 규명되는 등의 성과가 이루어지는 계기로 작용한다. Tayfun (1980, 1986)의 연구성과에 의하면 파랑 스펙트럼이 협대역에 분포하는 불규칙한 비선형파랑 무리의 경우 파마루 분포는 지금까지 알려진 Rayleigh 분포와는 상당한 차이를 보였으며, 이 과정에서 Rayleigh 분포는 다소 과소하게 파마루 높이를 예측하는 것으로 확인된 바 있다(Fig. 2 참조).

이러한 성과에도 불구하고 Tayfun(1980, 1986)의 파랑모형은 유도과정에서 수행된 협대역 분포라는 가정으로 인해 적용 범위가 상당히 제한적이라는 단점을 지닌다. 식(6)에서 알 수 있듯 비선형효과를 설명하기 위해 도입된 두 번째 성분 파랑은 첫 번째 선형성분 파랑에 위상이 동기화[phase locked] 되어 있으며, 따라서 Tayfun(1980,1986)의 협대역 파랑모형은 구속모드[bound mode] 고차 성분 파랑에 의한 비선형효과만을 설명한다. 그러나 이는 극히 예외적인 경우로 해양환경이 거칠어지는 경우 공진성 상호작용[resonance wave-wave interaction]은 거세해지기 마련이며 이 경우 고차 성분파랑의 진폭은 증폭하며, 이는 스펙트럼 밀도함수의 대역폭이 증가하는 현상을 결과한다(Fig. 2a 참조). 이렇게 증폭된 고차 성분 파랑의 일부분은 구속모드[bound mode]로, 나머지는 자유모드[free mode]로 진행되며, 이러한 성분 파랑 간의 위상차[phase difference]는 destructive interaction을 유발할 수 있으며 이 경우 파마루 간의 간격은 짧아진다. 따라서 자유모드 [free mode]에 의한 destructive interaction이 간과되었다는 점에서 Tayfun(1980, 1986)의 협대역 파랑모형에 기초한 주기분포의 경우 상당히 과다한 주기를 예측하는 오류를 야기할 수 있다.

전술한 Tayfun(1980, 1986) 협대역 파랑 모형의 한계를 해결하기 위해 거친 해역에도 적용 가능하며 또한 난해한 형태의 Longuet-Higgins(1963)의 파랑모형보다 간결한 비선형 파랑모형을 찾으려는 노력은 Tung et al.(1989)에 의해 이루어진다. Tung et al.(1989)은 Longuet-Higgins(1963)의 파랑모형을 구성하는 두 번째 항과 세 번째 항은 공진성 상호작용으로 증폭되는 단주기 성분 파랑과 장주기 성분 파랑을 각각 나타내며 먼바다의 경우 장주기 성분 파랑에 담겨 있는 파랑에너지는 상대적으로 적다는 Tayfun(1980, 1986)의 관측 결과를 토대로 변수 분리를 활용하여 두 번째 항을 선형 성분파랑과 선형 성분파랑의 이차 미분으로 구성된 새로운 파랑 모형을 제시한 바 있다. Tung et al.(1989)의 파랑모형은 유도과정에 Tayfun(1980, 1986)의 협대역 파랑모형에서 찾아볼 수 있는 위상 동기화[phase locked] 같은 성분 파랑 간의 위상에 관한 어떠한 가정도 수행되지 않아 Tayfun(1980, 1986)의 협대역 파랑 모형과 달리 거친 해양환경에도 적용할 수 있다는 장점을 지닌다.

(a) Spatial variation of wave spectrum over the course of shoaling

(b) Narrow banded

(c) Finite banded

Fig. 2. Spatial variation of wave spectrum over the course of shoaling and schematic sketch of the effect of bandwidth on the statistical distribution of nonlinear random waves [reproduced from Park and Cho(2019)]

논의를 전개하기 위해 Tung et al.(1989)의 파랑 모형을 옮겨 적으면 다음과 같으며,

$$\zeta_1 = \zeta / m_o^{1/2} \quad (14)$$

$$\simeq (M_o / m_o)^{1/2} \left(\eta_1 - \frac{1}{2} \epsilon \eta_1 \eta_3 + \frac{1}{2} \eta_4 \eta_5 \right)$$

여기서 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5$ 는 각각 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\eta_1 = \frac{1}{M_o^{1/2}} \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos \chi_i \quad (15)$$

$$\eta_2 = \frac{1}{M_o^{1/2}} \sum_{i=1}^{\infty} a_i \omega_i \sin \chi_i \quad (16)$$

$$\eta_3 = -\frac{1}{M_4^{1/2}} \sum_{i=1}^{\infty} a_i \omega_i^2 \cos \chi_i \quad (17)$$

$$\eta_4 = -\frac{1}{M_4^{1/2}} \sum_{i=1}^{\infty} a_i \omega_i^2 \sin \chi_i \quad (18)$$

$$\eta_5 = \frac{1}{M_0^{1/2}} \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin \chi_i \quad (19)$$

식 (14), (15), (16), (17), (18), (19)에서 M_i 와 m_i 는 각각 비선형 파랑 스펙트럼과 선형 스펙트럼의 i 차 모멘트를 나타내며 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$m_i = \int_0^{\infty} \omega^i S_{\zeta\zeta}(\omega) d\omega \quad (20)$$

Cho and Kim(2005)은 전술한 파랑모형에 기초하여 파마루 분포를 유도하였으며 이를 옮겨 적으면 다음과 같으며,

$$f_{\zeta_0}(\zeta_0) = \frac{\tilde{M}}{N_p} Q\left(-\rho_1 \zeta_0 / \sqrt{1-\rho_1^2}\right) + \frac{\tilde{N}}{N_p} \quad (21)$$

여기서

$$Q(Z) = \int_{-\infty}^Z \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz \quad (22)$$

$$\tilde{M} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left[-\frac{\epsilon}{2} (5-2\rho_1^2 + \rho_1\rho_2\rho_3 - 4\rho_2^2) - \rho_1\zeta_0 \right. \quad (23)$$

$$\left. + \frac{\epsilon}{2} (1-5\rho_1^2 + \rho_1\rho_2\rho_3)\zeta_0^2 + \frac{\epsilon}{2} \rho_1^2 \zeta_0^4 \right] \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\zeta_0^2\right)$$

$$\tilde{N} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{1-\rho_1^2} \left[1 + \frac{\epsilon}{2} (4\rho_1 - \rho_2\rho_3)\zeta_0 - \frac{\epsilon}{2} \rho_1\zeta_0^3 \right] \quad (24)$$

$$\cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{\zeta_0^2}{1-\rho_1^2}\right)$$

$$N_p = \frac{1}{2\pi} [1 - \epsilon(1-\rho_2^2)\sqrt{2\pi}] \quad (25)$$

식(21), (23), (24), (25)에서 $\rho_1 = E[\eta_1\eta_3]$, $\rho_2 = E[\eta_2\eta_4]$, $\rho_3 = E[\eta_2\eta_5]$ 로 정의되며, $E[\cdot]$ 는 괄호 안 불규칙 확률변수의 기댓값[expected value]을 나타낸다.

3. 현재 가용한 파마루 · 주기 결합분포

3.1 Longuet-Higgins 주기 모형

Longuet-Higgins(1975)는 먼저 협대역 분포라는 가정을 수행하고 이를 토대로 선형 Gaussian process의 진폭 A 과 위상의 일차 미분 $\dot{\psi}$ 의 결합 확률분포 $f_{A\dot{\psi}}(A, \dot{\psi})$ 를 유도하였다. 이어 유도된 $f_{A\dot{\psi}}(A, \dot{\psi})$ 와 다음과 같이 정의되는 위상의

일차 미분 $\dot{\psi}$ 과 주기의 관계식에

$$\dot{\psi} = \frac{2\pi}{T} \quad (26)$$

확률변수 변환기법을 적용하여 파고 · 주기 결합 확률분포를 유도하였으며 이를 옮겨 적으면 다음과 같다.

$$f_{\zeta_0}(\zeta_0, \tau) = \frac{\zeta_0^2}{8\sqrt{2\pi\nu}} \exp\left[-\frac{\zeta_0^2}{8}\left\{1 + \left(\frac{\tau-1}{\nu}\right)^2\right\}\right] \quad (27)$$

여기서 bandwidth parameter ν , 정규화된 파고 ζ_0 와 주기 τ , spectral mean frequency ω_c 는 각각 다음과 같이 정의된다 (Longuet-Higgins, 1975)

$$\nu = \left(\frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1\right)^{1/2} \quad (28)$$

$$= \left[\left(\frac{1}{\rho_3}\right)^2 - 1\right]^{1/2}$$

$$\zeta_0 = \frac{H}{m_0^{1/2}} \quad (29)$$

$$\tau = \frac{\omega_c T}{2\pi} \quad (30)$$

$$\omega_c = \frac{m_1}{m_0} \quad (31)$$

식(27)으로부터, 파마루 ζ_0 가 특정되는 경우, 조건부 주기 분포 $f_{\tau|\zeta_0}(\tau)$ 는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$f_{\tau|\zeta_0}(\tau) = \frac{\zeta_0}{2\sqrt{2\pi\nu}} \exp\left[-\frac{\zeta_0^2}{8\nu^2}(\tau-1)^2\right] \quad (32)$$

이후 Longuet-Higgins(1983)는 전술한 파마루 · 주기 결합 분포가 현장 관측자료에서 드러나는 파마루와 주기의 상관성을 반영하지 못하다는 해안공학계의 평가를 수용하여 개선된 파마루 · 주기 결합분포를 제시하였다. 이 연구에서 Longuet-Higgins(1983)는 먼저 확률변수 변환기법을 활용하여 $f_{A\dot{\psi}}(A, \dot{\psi})$ 를 유도하고, 이어 이렇게 유도된 $f_{A\dot{\psi}}(A, \dot{\psi})$ 으로부터 진폭 A 과 주기 T 의 결합 확률분포 $f_{AT}(A, T)$ 을 유도하였으며 이를 옮겨 적으면 다음과 같다.

$$f_{\zeta_0}(\zeta_0, \tau) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi\nu} \left[1 + \frac{1}{\sqrt{1+\nu^2}}\right]} \quad (33)$$

$$\left(\frac{\zeta_0}{\tau}\right)^2 \exp\left[-\frac{\zeta_0^2}{8}\left\{1 + \frac{1}{\nu^2}\left(1 - \frac{1}{\tau}\right)^2\right\}\right]$$

식(33)으로부터, 파마루 ζ_o 가 특정되는 경우의 조건부 주기분포는 다음과 같이 기술될 수 있으며,

$$f_{\pi\zeta_o}(\tau) = \frac{\zeta_o}{2\sqrt{2\pi}\nu\tau^2 Q\left(\frac{\zeta_o}{2\nu}\right)} \exp\left[-\frac{\zeta_o^2}{8\nu^2}\left(1-\frac{1}{\tau}\right)^2\right] \quad (34)$$

여기서 $Q(\zeta_o/2\nu)$ 는 식 (22)에 이미 정의된 바 있다.

3.2 Cavanie 주기 모형

전술한 Longuet-Higgins(1975)의 파고·주기 결합분포 외에 현재 문헌에서 자주 인용되는 모형으로는 Cavanie et al.(1976)의 모형으로 보인다. 이 연구에서 Cavanie et al.(1976)은 먼저 해수면을 파마루를 중심으로 Taylor series로 전개하고, 해수면이 $t=t_o$ 에서 정점에 이르면, 일차 도함수가 영의 값을 지닌다는 기하학적 성질을 이용하여 다음과 같은 관계식을 제시하였다(Fig. 3 참조).

$$\begin{aligned} \zeta(t) &= \zeta(t_o) + \frac{\partial\zeta}{\partial t}(t-t_o) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}(t-t_o)^2 \\ 0 &= \zeta(t_o) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}(t-t_o)^2 \end{aligned} \quad (35)$$

식(35)에서 파랑 스펙트럼이 현대역에 분포하는 경우 불규칙한 파랑 무리를 구성하는 각각의 성분 파랑은 정현파로 근사할 수 있다는 경험적 인식에 준거하여 이 경우 $t-t_o$ 는 $T/4$ 로 해석할 수 있다는 점에 착안하여 파고·주기 결합분포를 유도하였으며 이를 옮겨 적으면 다음과 같다(Fig. 3 참조),

$$\begin{aligned} f_{\zeta,\tau}(\zeta_o, \tau) &= \frac{\alpha^3 \zeta_o^2}{4\sqrt{2\pi}\nu_L(1-\nu_L^2)\tau^5} \\ &\exp\left\{-\frac{\zeta_o^2}{8\nu_L^2\tau^4}[(\tau^2-\alpha^2)^2 + \alpha^4\beta^2]\right\} \end{aligned} \quad (36)$$

식 (36)에서 α 와 β 는 각각 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\alpha = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1-\nu_L^2}) \quad (37)$$

Fig. 3. Geometrical definition of a wave period

$$\beta = \frac{\nu_L}{\sqrt{1-\nu_L^2}} \quad (38)$$

식(36)에서 ν_L 는 식 (28)에 정의된 Longuet-Higgins(1983)의 bandwidth parameter가 시계열 자료의 filtering 과정에 따라 민감하게 반응한다는 인식을 토대로 Cavanie et al.(1976)이 제안한 수정 bandwidth parameter로 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\begin{aligned} \nu_L &= \left(1 - \frac{m_2^2}{m_o m_4}\right)^{1/2} \\ &= [1 - (-\rho_1)^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (39)$$

전술한 Cavanie et al.(1976)의 모형은 파마루와 주기의 상관성을 반영한다는 점에서 선호되며, 파 마루 ζ_o 가 특정되는 경우 조건부 주기분포는 식(36)으로부터 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\begin{aligned} f_{\pi\zeta_o}(\tau) &= \frac{f_{\zeta,\tau}(\zeta_o, \tau)}{f_{\zeta_o}(\zeta_o)} \\ &= \frac{\alpha^4 \beta^2 \zeta_o^2 \exp\left[-\frac{\zeta_o^2}{8\nu_L^2\tau^4}\{(\tau^2-\alpha^2)^2 + \alpha^4\beta^2\}\right]}{2\tau^5 \nu_L^4 \left[\exp\left(-\frac{\zeta_o^2}{8\nu_L^2}\right) + \left\{1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\zeta_o}{\beta\sqrt{8}}\right)\right\} \frac{\zeta_o\sqrt{\pi}}{\beta\sqrt{8}} \exp\left(\frac{\zeta_o^2}{8}\right) \right]} \end{aligned} \quad (40)$$

여기서 $\operatorname{erf}(z)$ 는 Error function을 나타내며, $\operatorname{erf}(z)$ 은 다음과 같이 정의된다(Abramowitz and Stegun, 1968).

$$\operatorname{erf}(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^Z e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \quad (41)$$

4. 거친 해양환경에서의 불규칙 파랑을 대상으로 한 파마루·주기 결합분포

조건부확률의 정의로부터 파마루가 특정된 경우의 조건부 주기분포 $f_{\pi\zeta_o}(\tau)$ 는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$f_{\pi\zeta_o}(\tau) = \frac{f_{\zeta,\tau}(\zeta_o, \tau)}{f_{\zeta_o}(\zeta_o)} \quad (42)$$

식(42)으로부터 파마루·주기 결합분포 $f_{\zeta,\tau}(\zeta_o, \tau)$ 는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$f_{\zeta,\tau}(\zeta_o, \tau) = f_{\pi\zeta_o}(\tau) f_{\zeta_o}(\zeta_o) \quad (43)$$

식(43)에서 $f_{\zeta_0}(\tau)$ 로는 전절에서 논의한 Longuet-Higgins (1975), Cavanie et al.(1976)의 모형등이 활용될 수 있으며, $f_{\zeta_0}(\zeta_0)$ 로는 식(13), (21)에 정의된 파마루 분포가 활용될 수 있다.

5. 파랑 스펙트럼

본 절에서는 논의를 전개하기 위해 불규칙한 파랑 무리 조성과정에서 활용될 수 있는 파랑 스펙트럼 중 현재 문헌에서 가장 빈번하게 언급되는 JONSWAP, Wallops 스펙트럼을 정리하였다.

5.1 JONSWAP 스펙트럼

북해에서의 파랑 관측자료에 준거해 제시된 JONSWAP 스펙트럼 $S_{\zeta}(\omega)$ 을 기술하면 다음과 같으며,

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{\alpha_p g^2}{\omega^5} \exp \left[-\frac{5}{4} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^4 \right] \gamma^{\exp \left[-\frac{(\omega - \omega_p)^2}{2\sigma^2 \omega_p^2} \right]} \quad (44)$$

여기서 ω 는 각 주파수, γ 는 첨두 증강계수, α_p 는 Phillips 계수, ω_p 는 첨두 각 주파수를 나타내며 각각 다음과 같이 기술될 수 있다(Fig. 5 참조).

$$\alpha_p = 0.076 \left(\frac{U_{10}^2}{L_F g} \right)^{0.22} \quad (45)$$

$$\omega_p = 22 \left(\frac{g^2}{U_{10} L_F} \right)^{1/3} \quad (46)$$

여기서 U_{10} 는 고도 10m에서의 풍속, L_F 는 취송 거리를 각각 나타내며, Fig. 4에는 풍속에 따른 유의 파고와 주기의 변화를 정리하였다.

실 해역의 경우 γ 는 1~6 사이, α_p 는 0.0081~0.1 사이에 분포

Fig. 4. Variation of significant wave height H_s and peak period T_p by varying wind speed U_{10}

Fig. 5. Variation of JONSWAP spectrum as peak enhancement parameter γ varies and spectrum partition for the generation of random waves of varying γ

하며, γ 와 α_p 가 각각 1과 0.0081의 값을 지니는 경우는 완전히 발달한 풍성 파에 해당하며 조파 수조에서는 이보다 큰 값이 관측된다. σ 는 band width parameter를 나타내며 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 & \text{for } f \leq 1/T_p \\ 0.09 & \text{for } f > 1/T_p \end{cases} \quad (47)$$

5.2 Wallops 스펙트럼

Huang et al.,(1981)은 파랑 역학에 준거해 파형경사가 불규칙한 파동계의 역학적 특성을 가장 포괄적으로 전달한다는 인식에 기초하여 제시한 Wallops 스펙트럼 $S_{\zeta}(\omega)$ 은 다음과 같이 정의되며(Huang et al., 1981),

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^m \omega_p^{5-m}} \exp \left[-\frac{m}{4} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^4 \right] \quad (48)$$

여기서 ω 는 wave frequency, ω_p 는 첨두 wave frequency, m 은 고주파 대역에서의 스펙트럼의 기울기[log-log scale]의 절대치로 다음과 같이 기술될 수 있으며,

$$m = \left| \frac{\log(2\pi^2 \xi^2)}{\log 2} \right| \quad (49)$$

$$\xi = M_o^{1/2} / L_p = \sigma k / 2\pi = \epsilon / 2\pi \quad (50)$$

여기서 ξ 는 유의 파형경사, L_p 는 첨두 주파수 ω_p 에 해당되는 파장, 계수 α 는 다음과 같이 정의된다.

$$\alpha = \frac{(2\pi\xi)^2 m^{(m-1)/4}}{4^{(m-5)/4}} \frac{1}{\Gamma[(m-1)/4]} \quad (51)$$

식(48)으로부터 식 (21), (23), (24), (25)에 정의된 ρ_1, ρ_2, ρ_3 는 각각 다음과 같이 기술될 수 있으며,

$$\rho_1 = -\frac{\Gamma[(m-3)/4]}{\Gamma^{1/2}[(m-1)/4]\Gamma^{1/2}[(m-5)/4]} \quad (52)$$

$$\rho_2 = -\frac{\Gamma[(m-4)/4]}{\Gamma^{1/2}[(m-3)/4]\Gamma^{1/2}[(m-5)/4]} \quad (53)$$

$$\rho_3 = \frac{\Gamma[(m-2)/4]}{\Gamma^{1/2}[(m-1)/4]\Gamma^{1/2}[(m-3)/4]} \quad (54)$$

$$\epsilon = 2\pi\xi \left[\frac{m\Gamma[(m-5)/4]}{4\Gamma[(m-1)/4]} \right]^{1/2} \quad (55)$$

여기서 $\Gamma[\cdot]$ 는 Gamma function을 나타낸다(Abramowitz and Stegun, 1968).

5.3 비선형 파고·주기 결합확률분포로부터 도출한 파랑 스펙트럼

파랑 스펙트럼 $S_{\zeta\zeta}(\omega)$ 정의로부터 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있으며

$$S_{\zeta\zeta}(\omega)d\omega = \frac{1}{2}E[A^2] \quad (56)$$

여기서 A 는 진폭, $E[\cdot]$ 는 식(28), (30), (31), (32)에서 기 정의된 기댓값[expected value] 연산자를 나타내며 ω 는 다음과 같이 정의된다.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (57)$$

식(56)의 기댓값을 진폭·주기 결합 확률분포를 활용하여 기술하면 식(56)은 다음과 같이 전환되며

$$S_{\zeta\zeta}(\omega)d\omega = \frac{1}{2} \iint_0^\infty A^2 f_{A\omega}(A, \omega) dA d\omega \quad (58)$$

상기 식에 4장에서 다룬 파마루·주기 결합분포를 적용하는 경우 파랑 스펙트럼 산출이 가능하다.

식(58)에서 $f_{A\omega}(A, \omega)$ 는 진폭·주기 결합 확률분포로 확률변수 변환기법을 활용하는 경우 3장에서 다룬 파마루·주기 결합확률분포로부터 다음과 같이 산출될 수 있다.

$$f_{Af}(A, \omega) = f_{\zeta_o, \tau}(\zeta_o, \tau) \left| \frac{d\tau}{d\omega} \right| \quad (59)$$

$$= f_{\zeta_o, \tau}(\zeta_o, \frac{2\pi}{\omega}) \left| \frac{d\tau}{d\omega} \right|$$

확률변수 변환에 필요한 Jacobian $|d\tau/d\omega|$ 는 식(57)으로부터 다음과 같이 산출될 수 있다.

$$\left| \frac{d\tau}{d\omega} \right| = \frac{2\pi}{\omega^2} \quad (60)$$

무차원 양으로 기술된 식(43)의 진폭·주기 결합 확률분포를 식(59)에 적용하기 위해서는 차원을 지니는 물리량으로 환원되어야 하며, 이 과정을 정리하면 다음과 같다.

$$S_{\zeta\zeta}(\omega)df = \frac{1}{2} \iint_0^\infty A^2 f_{\zeta_o, \tau}(\zeta_o, \tau) d\zeta_o d\tau \quad (61)$$

$$= \frac{1}{2} \iint_0^\infty A^2 f_{\pi\zeta_o}(\tau) f_{\zeta_o}(\zeta_o) d\zeta_o d\tau$$

$$= \frac{1}{2} \iint_0^\infty A^2 f_{\pi\zeta_o}(\omega_c T) f_{\zeta_o}(\zeta_o) \left(\frac{A}{m_o^{1/2}} \right) \frac{\omega_c}{m_o^{1/2}} dA dT$$

$$= \frac{1}{2} \iint_0^\infty A^2 f_{\pi\zeta_o}(\frac{2\pi\omega_c}{\omega}) f_{\zeta_o}(\zeta_o) \left(\frac{A}{m_o^{1/2}} \right) \frac{2\pi\omega_c}{m_o^{1/2}\omega^2} dA d\omega$$

6. 수치 모의

6.1 파랑 스펙트럼

본 연구에서 다룬 진폭·주기 결합 확률분포에서의 비선형 정도가 파랑 스펙트럼에 미치는 영향을 확인하기 위해 수치 모의를 수행하였다.

Fig. 6에는 진폭·주기 결합 확률분포로부터 도출한 파랑 스펙트럼을 비교하여 정리하였으며 비교를 위해 준 경험 모형 중 가장 선호되는 Wallops 스펙트럼도 함께 도시하였다. 여기서 가장 눈에 띄는 차이는 Wallops 스펙트럼의 경우 첨두 주기가 비선형 진폭·주기 결합 확률분포로부터 도출한 파랑 스펙트럼보다 다소 과다하게 산출되는 것으로 이러한 경향은 거친 해양환경뿐만 아니라 온화한 해양환경에서도 일관되게 관측된다. 이러한 현상은 2.2절에서 다루었던 불규칙 파동계의 비선형성을 고려하는 경우 공진성 상호작용으로 파동계에 출현하는 고차 조화성분 파랑 중 free mode 파랑의 phase difference와 이로 인해 결과되는 destructive interaction으로 주기는 짧아진다는 사실을 상기하면 충분히 예견할 수 있는 결과로 보인다. 전술한 거동 특성은 비선형성이 반영된 협대역 진폭·주기 결합 확률분포와 광대역 진폭·주기 결합 확률분포로부터 도출된 파랑 스펙트럼에서 더욱 현저하게 관측된다는 사실도 전술한 저자의 추론을 뒷받침한다. 이밖에, 현재 문헌에서 자주 인용되는 Cavanie

Fig. 6. Comparison of wave spectrum estimated from the joint distribution of wave amplitude and its associated period for varying wave conditions

et al.(1976)의 진폭 · 주기 결합 확률분포 모형의 경우 온화한 해양환경에서 대역폭이 지나치게 작은 파랑 스펙트럼을 결과하는 것으로 모의 되었다 [Fig. 6 참조].

광대역 진폭 · 주기 결합 확률분포로부터 도출된 파랑 스펙트럼의 경우 Wallops 스펙트럼을 포함한 다른 스펙트럼보다 적지 않은 파랑에너지가 상대적으로 짧고, 긴 주기 대역으로 이동하는 것을 확인할 수 있다[Fig. 6b 참조]. 이러한 현상은 해양환경이 거칠어지면 파동계에 출현하는 성분 파랑 수는 증가하며 이 경우 성분 파랑 간의 공진성 상호작용으로 파랑에너지는 상대적으로 짧고, 긴 주기 대역으로 이동한다는 우리의 경험적 인식에 부합한다. 전술한 상호작용 중 긴 주기 대역으로의 에너지 이동하는 현상은 sub-harmonic 공진성 상호작용이라 불리며 풍성과 성장 과정을 다룬 Hasselmann(1967), Phillips(1980) 연구성과 이후 해안공학 계에서 널리 알려진 바 있다. 비선형성 증가로 파동계에서 공진성 상호작용이 진행되는 경우 전술한 긴 주기 대역으로의 에너지 이송은 언제나 짧은 주기 대역으로의 에너지 이송을 함께 수반하며 이러한 현상은 해양환경이 거친 Fig. 6b, 6c, 6d에서 확인하게 관측할 수 있다. 이에 비해 해양환경이 온화한 $\xi = 0.005$ 의 경우[Fig. 6a 참조], 짧고, 긴 주기 대역으로의 파랑에너지의 이송은 관측되지 않는다는 점에서 광대역 진폭 · 주기 결합 확률분포로부터 도출한 스펙트럼은 불규칙 파동계에 내재한 물리적 특성을 정확하

게 반영하는 것으로 판단된다. 그러나 해양환경이 상당히 거친 $\xi = 0.025$ 의 경우 짧은 주기 대역으로 이동하는 파랑 에너지 양이 다른 스펙트럼과는 상당한 차이를 보인다. 이러한 현상은 모형이 대상으로 하는 불규칙 파동 계의 대역폭이 상이하며 풍성과 성장 과정을 다룬 Hasselmann (1967), Phillips(1980) 연구성과에서도 물리적 근거를 찾을 수 있다는 점에서 수궁 가능해 보이나, 앞으로 상당한 논의가 필요해 보인다.

이상의 논의를 종합하면 파랑 스펙트럼의 전체적인 거동 특성은 협대역 비선형 파고와 Cavanie et al.(1976)의 조건부 주기분포로부터 유도한 진폭 · 주기 결합 확률분포로부터 도출한 스펙트럼이 가장 우월한 것으로 보인다. Fig. 7, 8에는 이해를 돕기 위해 수치모의 과정에서 관측되는 파고 · 주파수 결합 확률분포를 비교하여 정리하였다. Longuet-Higgins (1983)의 진폭 · 주파수 결합 확률분포의 경우 해양환경이 온화한 경우 파고가 증가하면 주기도 함께 상승하며 이러한 양의 상관관계는 해양환경이 거친 경우에도 증가하는 양은 감소하나 여전히 유지된다는 우리의 경험적 인식과는 상당히 동떨어진 결과를 보이는 것을 확인할 수 있다. Cavanie et al. (1976) 모형에서는 상대적으로 큰 파고의 경우 파고와 주기는 상호 독립적인 추계학적 과정으로 이해하는 듯하며, 해양환경이 거칠어지면 공진성 상호작용으로 파랑에너지가 상대적으로 짧고, 긴 주기 대역으로 이동하

Fig. 7. Comparison of joint distribution of wave height and its associated period for $[\xi = 0.005, \nu = 0.188, T_p = 5 \text{ s}]$

Fig. 8. Comparison of joint distribution of wave height and its associated period for $[\xi = 0.015, \nu = 0.251, T_p = 7 \text{ s}]$

는 현상을 부분적으로 반영하는 것으로 보이나, 이송되는 대역폭은 다소 과소하게 모의하는 것으로 판단된다.

본 본문에서 다룬 비선형 협대역 진폭 · 주파수 결합 확률 분포의 경우 파고와 주기 양의 상관관계가 상당한 정도로 모의 되는 것으로 보이며 비선형 광대역 진폭 · 주파수 결합 확률분포의 경우 전술한 파고와 주기 양의 상관관계뿐만 아니라 공진성 상호작용으로 파랑에너지는 상대적으로 짧고, 긴 주기 대역으로 이동하는 현상도 상당한 정도로 모의하는 것을 확인할 수 있다.

6.2 파고 · 주파수 결합확률분포를 활용한 불규칙 파랑의 Monte Carlo simulation

전 절에서 유도한 파랑 스펙트럼을 검증하기 위해 불규칙 파랑을 random phase method (Frigaard and Anderson:2010,

Cho and Bae:2019, Cho and Na:2015)을 활용하여 모의하였다. 이렇게 모의 된 자유수면 시계열 자료는 Fig. 9, 10에 각각 도시하였으며, 수치 모의 된 해수면 변위 시계열 자료의 통계 특성치는 Table 1에 정리하여 수록하였다.

Table 1. List of statistical properties of numerically simulated water surface displacement

	$\zeta_{MAX}[m]$	$\sigma_{\zeta}[m]$
Wallops Spectrum	2.86	0.9846
Longuet-Higgins [1983]	2.70	0.9845
Cavanie et al. [1976]	2.66	0.9843
Present study [Narrow-banded]	2.60	1.0104
Present study [Wide-banded]	2.69	1.0214

Fig. 9. Time series of numerically simulated water surface displacement based on the wave spectrum for $\xi = 0.015$ [$\nu = 0.251$, $T_p = 7$ s]

Fig. 10. Time series of numerically simulated water surface displacement based on the wave spectrum for $\xi = 0.005$ [$\nu = 0.188$, $T_p = 5$ s]

7. 결론

강건한 항 외곽시설이 구축되기 위해서는 그 설계과정에 해양환경에 내재한 변동성과 이로 인한 파랑의 불규칙성이 고려되어야 한다. 이러한 시각에서, 지난 이십여 년간 불규칙 파랑의 추계학적 특성을 밝히기 위한 상당한 노력이 이루어져, 다수의 empirical, analytical, semi empirical 파고분포 모형이 제시되는 등 성과가 상당하나, 기존에 제시된 모형 대부분은 그 개발과정에서 예외 없이 파랑 스펙트럼이 협대역에 분포한다는 가정이 수행되었다. 이러한 현상은 파랑 스펙트럼이 임의의 대역폭을 지니는 불규칙 파랑을 대상으로 한 Longuet-Higgins(1963)의 비선형 파랑모형이 지니는 난해한 형태로 인한 해석상의 어려움을 비껴가기 위한 것으로 보인다. 그러나 실 해양환경에서 관측되는 파랑에서 협대역 분포를 충족하는 경우는 이제 막 성장을 시작한 풍성 파 혹은 너울이 우월한 온화한 해양환경을 제외하면 찾아보기 힘들다는 사실을 상기하면 보다 강건한 항 외곽시설이 구축되기 위해서는 협대역 분포라는 가정은 해제되어야 할 것으로 판단된다. 최근 Park and Cho (2019)는 조건부 주기분포와 비선형 파고분포를 활용하여 파고·주기 결합분포를 해석적으로 유도하였다. 이 연구에서 Park and Cho (2019)는 임의의 대역폭을 지니는 비선형 불규칙 파랑계에서의 파고분포를 유도하고, 이를 Longuet-Higgins (1975, 1983), Cavanie et al.(1976)의 조건부 주기 확률분포와 결합하여 새로운 파고와 주기 결합분포를 제시한 바 있다. 전술한 Park and Cho(2019)의 연구는 임의의 대역폭을 지니는 불규칙 파랑을 대상으로 한다는 점에서 상당한 성과로 보인다.

불규칙 파랑의 추계학적 특성을 기술하는 방법은 전술한 파고·주기 결합분포와 파랑 스펙트럼으로 크게 나뉜다. 현재 가용한 대부분의 파랑 스펙트럼은 실 해역 관측자료를 토대로 제시된 준 경험적 모형으로 불규칙 파랑을 대상으로 수리모형 실험 혹은 수치 모의를 수행하는 경우 불규칙 파랑을 조성하는 과정에 흔히 활용된다. 그러나 FFT 변환이 암시하듯 준 경험적 파랑 스펙트럼은 선형모형이라는 한계를 지녀 불규칙 파랑 조성과정에서 임의의 대역폭을 지니는 비선형 불규칙 파랑의 추계학적 성정이 유지되기는 어려워 보인다.

이러한 인식에 기초하여 본 연구에서는 최근 연구성과가 상당한 비선형 진폭·주기 결합 확률분포를 활용하여 불규칙 파동계를 Random Phase Method로 조성하는 기법이 제시되었다. 이 과정에서 비선형 진폭·주기 결합 확률분포로부터 파랑 스펙트럼을 도출하여 기존에 선호되던 준 경험 모형인 Wallops 스펙트럼과 비교하여 불규칙 파동계의 비선형성이 파랑 스펙트럼에 미치는 영향도 함께 살펴보았다. 모의 결과 불규칙 파동계의 비선형성은 파랑 스펙트럼에 상당한 차이를 만드는 것을 확인하였으며 이러한 차이

는 준 경험 파랑 스펙트럼의 다소 과다한 침두 주기, 고주파 대역 파랑에너지 과소평가로 요약된다. 전술한 진폭·주기 결합 확률분포로부터 도출된 파랑 스펙트럼의 거동 특성은 비선형 불규칙 파동계의 고유한 성정에 기인하는 것으로 판단된다. 이러한 추론의 근거는 풍성과 성장 과정을 다룬 Hasselmann(1967), Phillips(1980) 연구 이후 해안공학계에 널리 알려진 비선형성이 증가하는 경우 공진성 wave-wave interaction에 의해 적지 않은 파랑에너지가 상대적으로 짧고, 긴 주기 대역으로 이동한다는 사실에서 찾을 수 있다. 전술한 차이 중 다소 과다한 침두 주기는 공진성 상호작용으로 파동계에 출현하는 고차 조화성분 파랑 중 free mode 파랑의 phase difference와 이로 인해 결과되는 destructive interaction으로 주기는 짧아진다는 사실을 상기하면 충분히 예견할 수 있는 결과로 판단된다.

References

- Abramowitz, M. and Stegun, I. A. (1968). “*Handbook of mathematical functions.*” Dover, Mineola, NY.
- Cavanie, A., Arhan, M. and Ezraty, R. (1976). “A statistical relationship between individual heights and periods of storm waves.” *Proc. Conf. on Behaviour of Offshore Structures*, Vol.2, pp. 354-360.
- Cho, Y.J. (2020). “Joint distribution of the wave crest and its associated period for nonlinear random waves of finite bandwidth.” *J. Mar. Sci. Eng.*, Vol. 8, 654p.
- Cho, Y.J. (2021). “Level III reliability design of an armor block of rubble mound breakwater using probabilistic model of wave height optimized for the Korean sea wave conditions and non-Gaussian wave slope distribution.” *J. Mar. Sci. Eng.*, Vol. 9, 223p.
- Cho, Y.J. and Bae, J.H. (2019). “On the feasibility of freak waves formation within the harbor due to the presence of infra-gravity waves of bound mode underlying the ever-present swells.” *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, Vol. 31, No. 1, pp. 17-27.
- Cho, Y.J. and Kim, M.S. (2005). “Statistical properties of wave groups in nonlinear random waves of finite bandwidth.” *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp.14-20.
- Cho, Y.J. and Na, D.G. (2015). “Numerical analysis of the depression effect of hybrid breaker on the run up height due to Tsunami based on the modified leading depression N (LDN) wave generation technique.” *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, Vol. 27, No. 1, pp. 38-49.
- Choi, S.H. and Cho, Y.J. (2019). “Development of a probabilistic model for the estimation of yearly workable wave condition period for offshore operations-centering on the sea off the Ulsan harbor.” *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*,

- Vol. 31, No. 3, pp. 115-128.
- Fedele, F. and Arena, F. (2005). "Weakly nonlinear statistics of high random waves." *Physics of Fluids*, Vol. 17, No. 026601.
- Fedele, F. (2006). "Extreme events in nonlinear random seas." *J. of Offshore Mechanics and Arctic Eng. ASME*, Vol. 128, pp. 11-16.
- Frigaard, P. and Anderson, T. L. (2010). "Technical background material for the wave generation software AwaSys 5." DCE Technical Reports No. 64, Aalborg University.
- Hasselmann, K.A. (1967). "Criterion for nonlinear wave stability." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 30, No. 4, pp. 737-739.
- Haver, S. and Andersen, O.A. (2000). "Freak waves: Rare realizations of a typical population or typical realizations of a rare population?" *Proc., 10th Inter. Offshore and Polar Eng. Conf., ISOPE, Seattle*, May 28-June 2, USA, pp. 123-130.
- Huang, N. E., Long, S. R., Tung, C. C., Yuan, Y. and Bliven, L. F. (1981). "A unified two-parameter wave spectral model for a general sea state." *J. Fluid Mech.*, Vol. 112, pp. 203-224.
- Huang, N. E., Long, S. R., Tung, C. C., Yuan, Y. and Bliven, L. F. (1983). "A non-Gaussian statistical model for surface elevation of nonlinear random wave field." *J. Geophys. Res.*, Vol. 88, pp. 7597-7606.
- Jensen, J.J. (1996). "Second-order wave kinematics conditional on a given wave crest." *Appl. Ocean Res.*, Vol. 18, No. 2, pp. 119-128.
- Jensen, J.J. (2005). "Conditional second-order short-crested water waves applied to extreme wave episodes." *J. Fluid Mech.*, Vol. 545, pp. 29-40.
- Janssen, P.A.E.M. (2003). "Nonlinear four-wave interactions and freak waves." *J. Phys. Oceanogr., AMS*, Vol. 33, No. 4, pp. 863-884.
- Longuet-Higgins, M.S. (1963). "The effect of nonlinearities on statistical distributions in the theory of sea waves." *J. Fluid Mech.*, Vol. 17, pp. 459-480.
- Longuet-Higgins, M.S. (1975). "On the joint distribution of wave periods and amplitudes of sea waves." *J. Geophys. Res.*, Vol. 80, pp. 2688-2694.
- Longuet-Higgins, M.S. (1983). "On the joint distribution of wave periods and amplitudes in a random wave field." *Proc. Roy. Soc. of London*, Vol. 389(A), pp. 241-258.
- Onorato, M., Osborne, A.R., Serio, M., Cavaleri, L., Brandini, C. and Stansberg, C.T. (2006). "Extreme waves, modulational instability and second-order theory: Wave flume experiments on irregular waves." *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Vol. 25, No. 5, pp. 586-601.
- Papoulis, A. (1965). "Probability, random variables and stochastic processes." McGraw-Hill book Co., New York, NY.
- Park, S.H. and Cho, Y.J. (2019). "Joint distribution of wave crest and its associated period in nonlinear random waves." *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, Vol. 31, No. 5, pp. 278-293.
- Phillips, O.M. (1980). "The dynamics of the upper ocean (Cambridge Monographs on Mechanics)." Cambridge University Press.
- Soares, C.G. and Pascoal, R. (2005). "On the profile of large ocean waves." *J. of Offshore Mechanics and Arctic Eng., ASME*, Vol. 127, No. 4, pp.306-314.
- Socquet-Juglard, H. (2005). "Spectral evolution and probability distributions of surface ocean gravity waves and extreme events." Phd. dissertation, Univ. of Bergen, Norway.
- Stansell, P. (2004). "Distributions of freak wave heights measured in the North sea." *Appl. Ocean Res.*, Vol. 26, pp. 35-48.
- Tayfun, M.A. (1980). "Narrow-band nonlinear sea waves." *J. Geophys. Res.*, Vol. 85, pp. 1548-1552.
- Tayfun, M.A. (1986). "On narrow-band representation of ocean waves 1, theory." *J. Geophys. Res.*, Vol. 91, pp. 7743-7752.
- Tayfun, M.A. (2006). "Statistics of nonlinear wave crests and groups." *Ocean Engineering*, Vol. 33, No. 11, pp. 1589-1622.
- Tayfun, M.A. and Fedele, F. (2006). "Wave height distributions and nonlinear effects." *Proceedings of OMAE2006, 25th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Hamburg, Germany.
- Tung, C.C. Huang, N.E., Yuan, Y. and Long, S.R. (1989). "Probability function of breaking limited surface elevation." *J. Geophys. Res.*, Vol. 94, No. C1, pp. 967-972.
- Walker, D.A.G., Taylor, P.H. and Taylor, R.E. (2004). "The shape of large surface waves on the open sea and the draupner new wear wave." *Appl. Ocean Res.*, Vol. 26, pp. 73-83. Elsevier Science.